

INVITO ALLA DIDATTICA

HANS FREUNDENTHAL E LA DIDATTICA DELLA MATEMATICA ELEMENTARE

Incontro con il prof. Carlo Felice Manara

ESPERIENZA DI UN'INSEGNANTE: DIAGNOSI E TERAPIA DELL' ERRORE

Incontro con la prof.ssa Raffaella Manara

Appunti non rivisti dagli Autori

INVITO ALLA DIDATTICA

HANS FREUNDENTHAL E LA DIDATTICA DELLA MATEMATICA ELEMENTARE

Incontro con il prof. Carlo Felice Manara

ESPERIENZA DI UN'INSEGNANTE: DIAGNOSI E TERAPIA DELL' ERRORE

Incontro con la prof.ssa Raffaella Manara

Appunti non rivisti dagli Autori

HANS FREUNDENTHAL E LA DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Incontro con il professor Carlo Felice Manara

Io riporterò qui tutta una quantità di lavoro e di esperienza che sto facendo da più di dieci anni con un gruppo di insegnanti di sostegno delle scuole elementari, che ormai frequenta questa università da molto tempo, e all' USSL di Usmate con insegnanti di sostegno di ragazzi in difficoltà, e ultimamente con diversi gruppi che sto seguendo: un corso per insegnanti di sostegno del provveditorato, un corso per istituti di psicologia in università, e altre cose.

Ho fatto tutto questo lavoro, perchè mi interessava, in qualche modo, aiutare gli insegnanti elementari, in quanto si può dire che, nella nostra scuola magistrale, la matematica è proprio vista come un francobollo appiccicato nelle teste delle persone, del resto volonterose, che la frequentano.

Viene data un'idea della matematica abbastanza distorta e limitata; l'esperienza con insegnanti di

sostegno e il ritorno di osservazioni e problemi che mi sono posti, mi convincono in misura sempre maggiore che potrebbe essere il caso di operare una rimeditazione sui programmi e sulla formazione degli insegnanti, sempre a livello elementare e allora lo dico in questa sede, per mettere sul tappeto un problema che mi pare molto importante, se vogliamo fare un insegnamento serio, cioè un insegnamento che non sia solamente un addestramento, una serie di istruzioni per l'uso di algoritmi e di strumenti che costituiscono una parte necessaria, ma forse non troppo importante dell'insegnamento della matematica a livello elementare.

Dal contatto con vari gruppi di maestri mi risulta evidente un certo modo di concepire la matematica che personalmente non condivido, e contro il quale io cerco di lottare, concezione che forse ha radici lontane e che cercherò di analizzare. Molto spesso questi gruppi mi presentano problemi riguardanti le strategie didattiche, riguardanti, per così dire, le ricette per insegnare (come faccio ad insegnare la moltiplicazione, sono anni che cerco di insegnare questa cosa a un ragazzino handicappato e non riesco a fargliela rimanere in testa, etc ...).

Allora, tutti questi discorsi, ed altri analoghi, mi hanno fatto tornare un po' indietro, a più di dieci anni fa, quando sono stati scritti i nuovi programmi della scuola elementare, ed è stato fatto un convegno a Trento, ove sono stato invitato, forse per un errore dell' indirizzario del Ministero della Pubblica Istruzione (errore che comunque è stato corretto subito, perchè poi non mi hanno invitato più da nessuna parte).

In tal sede, per tre o quattro giorni ho litigato con i miei illustri colleghi e cari amici, che avevano in progetto di ampliare i programmi delle scuole elementari. Fortunatamente per me, non per i ragazzini, era presente il professor Verniot, psicologo che da anni svolge un lavoro di analisi di quello che resta nelle testoline dei ragazzi delle scuole elementari francesi alla fine del loro secondo ciclo (circa a dieci anni) e le statistiche che ha presentato erano alquanto sconcertanti. Un'altra collega ha riportato analoghe statistiche, con analoghi risultati, per quanto riguarda le scuole primarie inglesi. Sostanzialmente lo sviluppo in Europa del ragazzino, dato l'ambiente sociale, è pressappoco uguale in tutti i paesi. E' inutile introdurre nella scuola primaria nuovi capitoli, o certe strutture, cioè impostazioni di problemi e di itinerari logici che nella soluzione di

problemi, a dieci anni non ancora recepiti, non sono ancora posseduti con sicurezza.

E' inutile dire che, come in quasi tutte le battaglie, io sono risultato perdente, quindi i programmi sono usciti ampliati, cioè sono i programmi delle scuole elementari di oggi, che sono stati scelti in direzione opposta a quella per la quale mi ero battuto, con l'amico De Finetti, scomparso troppo presto, che avrebbe potuto convalidare la mia opinione con ben altra autorità, che insisteva nel dire che il problema non sta nelle cose che si insegnano, ma in come le si insegnano, e quindi insisteva nelle sue opere riguardanti la didattica nel sottolineare la necessità di cambiare strategia, di cambiare l'impostazione dell'insegnamento della matematica, se se ne vuole fare una materia formativa e culturale.

Nel ripensare al problema in questi anni è stato soprattutto il contatto con insegnanti di sostegno che ha radicato sempre di più le mie idee. Quando andavo a fare corsi di aggiornamento nel bresciano e nel bergamasco, che oggi non si fanno più perché non ci sono soldi, mi chiedevano come fare ad insegnare cose che nessuno aveva loro insegnato, come insegnare " questa geometria delle trasformazioni" e io dicevo loro semplicemente:

"fate come avete sempre fatto e buonanotte", tanto nella scuola italiana ormai per progresso culturale, un cittadino italiano ha diritto a sedersi a sei anni su un banco della scuola e a rimanere a scaldare quel banco fino a sedici anni senza controllo passando regolarmente tanto che ci sono vari esempi di clienti del liceo scientifico che non sanno leggere. Non faccio commenti. Si vede che il livello è talmente fitto che sono passati anche quelle persone. Allora per quale ragione si insegnano le cose che non si sanno ? Facciamo in modo che capiscano il poco che insegniamo.

La situazione sta in questi termini , quando la casa editrice "La Scuola" di Brescia mi ha fatto leggere questo libro di Freundenthal e dopo averlo letto l'ho tradotto perché ho trovato dentro, dette molto meglio, pressappoco i miei pensieri espressi con ben altra autorità e allora mi sono detto: "fatemelo tradurre perché vorrei presentarlo nonostante vada controcorrente, contro le nuove didattiche che imperversano in Italia; che almeno qualcuno vada controcorrente; che esiste un altro modo di concepire la matematica e soprattutto un altro modo di insegnarla o di presentarla, un altro modo di formare alla matematica i ragazzini delle scuole elementari".

Vorrei esporre la problematica così come la vedo trovata riecheggiata nei pensieri di questo libro, così come emerge dalle difficoltà che tutti i giorni mi vengono presentate in maniera da vedere se in qualche modo si può non dico provvedere a rimediare, ma guardare alle cose in modo diverso.

Una delle fissazioni di Freundenthal è la profonda convinzione che la matematica sia diversa dalle altre materie; quindi non si può insegnare la matematica come si insegna la geografia o la chimica o altre materie di carattere informativo. La matematica deve essere vista come una attività da parte di colui che l'apprende e quindi deve essere insegnata con una didattica che stimoli la appropriazione da parte del discente nei limiti delle sue possibilità: la presa di possesso, l'appropriazione, l'atteggiamento attivo nei riguardi della materia che impara.

Purtroppo devo dire, e questa è una constatazione non troppo confortante, che molte delle difficoltà che mi sono state poste sono su come insegnare a fare qualcosa, cioè sono state poste da insegnanti molto seri ma che ricercavano la ricetta didattica, che chiedevano la strategia. Le riviste didattiche pullulano di strategie, di trovatine per insegnare quella operazione o quell'altra.

Purtroppo se andiamo in questa direzione rischiamo di impostare un insegnamento della matematica che è tipo addestramento dei cani da circo, atteggiamento che non è neanche nuovo (anche Visconti Venosta nel secolo scorso parla di prodigi nell'insegnamento come a cagnolini da circo), e non un insegnamento che educi all'uso della ragione.

Una impostazione di questo tipo di prevalente addestramento è in qualche modo sostenuta, spalleggiata in certe scuole di psicologia che ravvisano nell'insegnamento una procedura che è analoga tanto agli esseri umani quanto agli animali da circo, quella di stimolo, risposta e rinforzo.

Quando voglio far fare una bella operazione al cagnolino, gli do un comando e se quello risponde bene gli do la polpetta altrimenti no. Dopo un po' il cagnolino impara a eseguire l'operazione senza polpetta. Questa è un'impostazione rudimentale di una certa scuola di tipo completamentista, che, intendiamoci, io non voglio demolire perché c'è un discorso scientifico sottostante ma che mi lascia molto perplesso e preoccupato se vuole invadere tutto il campo della didattica, perché il comportamento dell'essere umano di fronte all'insegnamento è un po' diverso da quello del

cagnolino, se non altro qualche volta l'essere umano riflette, all'essere umano si può chiedere di rendersi conto di ciò che fa. Quindi limitare l'insegnamento al puro addestramento, all'uso di algoritmi, di strumenti del linguaggio matematico etc., pur essendo una condizione necessaria (è chiaro che se uno non vuole imparare il calcolo algebrico, le convenzioni, le tabelline sarebbe come impararsi una lingua senza conoscere la grammatica elementare) rappresenta una visione molto limitante.

La domanda che legittimamente si può porre è di non limitare il nostro insegnamento solo a quello, perché il cervello umano dà alcune volte delle sorprese. Rimango perplesso di fronte agli "altarini" di algebra (come li chiamava il mio amico Deddò): tre linee di frazioni con sopra altre linee di frazioni etc., son tutti calcoli che neanche Albert Einstein ha mai fatto nella sua vita, e quindi mi domando per quale ragione si vogliono seviziarne dei disgraziati con acrobazie che dicono ben poco, funambolismi di tipo formale che ripetuti diventano addirittura odiosi, sono quelli che rendono odiosa la matematica.

Quante volte mi è capitato di discutere con miei illustri colleghi dell'università e sentirmi dire quasi con

orgoglio: "Non ho mai capito la matematica!", ma non è vero che tu non capisci la matematica, poiché stai facendo un discorso puramente matematico, magari in linguaggio comune, ma un discorso puramente matematico, è solo che ti hanno coltivato l'allergia per un certo tipo di simbolismo; è un altro discorso. Questa abitudine al codificare-decodificare, al cifrare-decifrare in qualche cervello è innata, in qualche altro suscita delle reazioni. Non possiamo chiamare stupidi tutti quelli che si trovano a mal partito col linguaggio matematico perché a volte fanno dei ragionamenti molto fini e sottili. Insistere con questi esercizi che non arrivano al sodo delle questioni si dà una falsa idea della matematica e la si rende come una sorta di geroglifici da decodificare in modo misterioso e poi una sorta di linguaggio che funziona in modo magico, e soprattutto non si capisce perché deve funzionare.

Mi ricordo proprio in questa Università una bellissima conferenza tenuta dal mio prof. Giovanni Polvani, nella quale raccontava di un suo incontro con un fattore toscano che gli aveva detto che per lui la matematica è un gran mistero e un motivo di ciò è che moltiplicando le lire per i sacchi venivano sempre fuori le lire e mai i sacchi.

Tutti questi "misteri" che allontanano dalla matematica anche tutti coloro che potrebbero utilizzarla in modo ragionevole, mi hanno fatto ripensare e rimeditare al tipo di didattica che noi siamo abituati a dare a questi ragazzini indifesi. Qualche volta ho pensato di fondare una società di difesa del fanciullo dalle sevizie intellettuali, cioè dalle cose inutili che noi gli costringiamo ad imparare (una buona quantità di cose che imparano alla scuola elementare sono pure e semplici convenzioni, c'è ben poco di ragionevole e quel poco viene accuratamente occultato!), società a cui avrebbe aderito la psicologa Stella Baruc, autrice del libro l'età del capitano nel quale uno dei tanti problemini riportati dà per ipotesi il numero di pecore e cani su una nave, l'altezza dell'albero della nave e chiedeva l'età del capitano. Il triste è che i ragazzini l'hanno trovata! E riproposto alle scuole medie francesi i ragazzi l'hanno trovata!

Di fronte a questi risultati si pone il problema: che cosa insegnamo? Perché il ragazzino nella maggior parte dei casi si butta a fare i calcoli. Proprio qualche giorno fa discutevamo riguardo ad esempi di ragazzini che, risolvendo un problema di due operazioni, la prima veniva progettata bene (perché se ne capiva il

significato), la seconda invece veniva fatta a caso (perché la maestra deve avere un risultato se no protesta).

Ovviamente qui c'è qualcosa che non torna nel tipo di didattica, nel tipo di presentazione di un pensiero; ed è questo ciò che più mi preoccupa non soltanto nei riguardi dei ragazzini normali, perché il ragazzino normale impara, memorizza e ripete anche se non capisce e poi dimentica (beato lui!) oppure se non dimentica capisce in seguito, invece il ragazzino in difficoltà di apprendimento no, quello lì inciampa, rimane bloccato perché un bel momento gli si presenta il discorso in modo tale che non viene aiutato a superare la difficoltà.

Quel gradino su cui il normale salta e corre via, invece il non normale inciampa, resta bloccato, talora resta emarginato oppure resta in qualche modo ghettizzato e, se l'insegnante di sostegno non mira all'essenza della impostazione intellettuale continua a fargli ripetere inutilmente (dopo pochi giorni si è dimenticato le tabelline che sembrava avere imparato). La matematica, per tornare a Freundenthal, è diversa. Credo che ne siamo tutti convinti (magari è più brutta), e quindi va insegnata con una tecnica diversa, tecnica che

miri alla appropriazione, anzi come osserva giustamente Freudenthal, che miri alla re-invenzione guidata.

Re-invenzione: se il cliente non ha trovato lui in qualche modo il trucco per capire quello che sta facendo è ben difficile che si riesca a fargli capire le ragioni vere e proprie; guidata, beninteso, non è possibile pretendere che un ragazzo rifaccia tutto il cammino dell'umanità da millenni. Noi conosciamo la struttura della matematica di oggi e sappiamo la direzione verso cui dobbiamo guidare il nostro cliente, ma deve essere re-invenzione, presa di possesso di un perché della struttura di un certo tipo di pensiero e non soltanto addestramento all'uso di un linguaggio che diventa poi ripetitivo oppure dà una falsa idea della matematica.

Quante volte mi è capitato tanti anni fa quando insegnavo in questa Università il corso di Geometria 1, e mi capitavano certi soggetti a cui chiedevo chi gli avesse detto di fare matematica, ci sono tante altre cose più belle da fare, che mi rispondevano: "La professoressa mi diceva che riuscivo bene". Riuscivo bene significa che facevo bene i calcoli (e capisco la professoressa che, arrivata alla quarta scientifico con gente che non sa mettere le parentesi, se ne trova una che le mette giuste le dice che è il genio matematico).

Più di una volta mi è capitato. Questi discorsi danno una falsa idea della matematica, riducono la matematica a funambolismo di questo simbolismo, allo smontaggio degli altarini, col risultato che non si fa più una verifica.

Io sono contrario ai libri con le soluzioni perché è più importante della risposta il suo senso, la sua ragione, occorre criticare la risposta, difendere di fronte a se stessi la risposta. Spesso anche i libri non vengono fatti per "far capire" ma per "insegnare a far qualcosa". Il discorso che fa Freundenthal, didatta e non psicologo, è su come avvenga il procedimento di questa reinvenzione.

La prima osservazione che fa è che questa materia si impara per salti: improvvisamente si apre un panorama (questa è un'esperienza che ho fatto molte volte anch'io), sembra di essere nella nebbia e improvvisamente si schiarisce perché ci sono idee che vanno a posto, poiché si capiscono le ragioni.

L'apprendimento avviene a diversi livelli, anche questa osservazione è interessante perché ciò che viene utilizzato a livello pratico e operativo diventa poi oggetto di considerazione e di studio a livello superiore. Questo è abbastanza comprensibile: voi studiate l'analisi, l'algebra e tutte quelle materie complicatissime

che studiano la matematica che avete imparato al liceo, però la riflessione sul significato, sul perché delle leggi avviene soltanto con una rimediazione non tanto dei contenuti delle leggi quanto della loro struttura formale.

Allora, da questo punto di vista, il problema diventa anche un problema di matematizzazione, vale a dire di razionalizzazione della nostra esperienza. E allora, da questo punto di vista, si ha che ciò che più interessa a Freudenthal è ciò che lui chiama "ripresa" di qualche cosa che interessa al discente, e nel quale egli introduce una struttura via via più complicata.

Qui, purtroppo, c'è una moda didattica, che nasce dall'introduzione dell'analisi critica, che la matematica ha avuto da circa la metà del secolo scorso, da Peano, da Russell, da giganti del pensiero, che hanno smontato l'edificio della matematica. Purtroppo questo si traduce, sostanzialmente, nel consegnare al ragazzino una gabbia vuota, assolutamente chiara, beninteso, ma vuota.

Ritornando indietro alla mia storia personale, mi sono reso conto che, effettivamente, forse la strada da prendere era un'altra: io mi ricordo che, alla fine del liceo, avevo risolto tutti gli esercizi del libro di geometria, come sfida personale, esclusi quelli del primo capitolo, perché quelli del primo capitolo

chiedevano delle cose talmente evidenti che non mi sembrava fosse necessario dimostrare.

Soltanto dopo, arrivato all' università, ho capito il significato di quegli esercizi, la necessità di andare a cercare i fondamenti, di enunciare chiaramente gli assiomi, ma, a quell' età lì, mi interessavano le cose da scoprire, mi interessava dimostrare le cose che non si vedono, non star lì a ragionare e a cercare il pelo nell'uovo delle cose sicure.

Soltanto, ripeto, una maturazione ulteriore, mi ha dato l'idea della necessità di indagare i fondamenti. Allora, io penso che questo esempio possa in qualche modo suggerire quale dovrebbe essere la via per cercare le ragioni della matematica, vista come chiave di lettura di una realtà, che ci si presenta come da razionalizzare, da spiegare, di cui cercare di conoscere le conseguenze necessarie.

Ora, guardando le cose da questo punto di vista, è chiaro che, se noi volessimo oggi reinventare la geometria, cioè il rapportarsi razionale dell'uomo alla realtà, cominceremmo con la topologia, andremmo avanti con la geometria proiettiva e la geometria affine; la geometria euclidea sarebbe l'ultima, la più complicata, quella che necessita del maggior numero di assiomi.

Ma come mai, nella storia della mente umana, la geometria euclidea, che è la più complicata, è quella che appare per prima sulla scena del pensiero umano ? Forse perchè era quella che aveva il contesto più ricco, cioè il maggior numero di cose da spiegare, interessava di più, e per i Greci, sostituiva in qualche modo la fisica.

Allora io sono convinto che aver buttato via la geometria dai programmi della scuola superiore, aumentando le ore di matematica, riempite di argomenti con i quali la geometria non ha assolutamente niente a che fare sia stata una scelta assai infelice.

La geometria infatti offre un insieme di fantasia elaboratrice, di legami con l'esperienza sensibile nella manovra degli oggetti, e di interesse anche di risultati. Allora, questo discorso di volere, di pretendere che l'apprendimento segua pedissequamente la gerarchia logica che si è scoperta dopo secoli di analisi della struttura matematica, ecco, questa è una cosa contraria al naturale apprendimento umano, il quale parte da una realtà complessa e via via introduce una razionalizzazione, nel tentativo di renderla esplicita.

Pretendere che un bambino non solo ragioni bene, ma che sappia anche le regole della logica, le codifichi,

le simbolizzi, e le utilizzi inquanto tali, a livello di scuola elementare è eccessivo, rispetto a quello che è nelle possibilità del bambino stesso, il quale, se si insegna in questo modo, memorizza, risponde alle domande, fa le operazioni a casaccio.

Allora, da questo punto di vista dicevo proprio qualche giorno fa alla direttrice di un gruppo di maesrti, di provare a spiegare qualcosa che interessi ai ragazzini, qualcosa che entri nel loro vissuto quotidiano, con cui possono giocare, in cui possono in qualche modo usare la capacità di razionalizzazione, che poi si dovrà cercare di rendere cosciente e sistematica. La cosa deprimente dei videogiochi non è tanto il fatto che rovinano la vista, ma il fatto che il ragazzino non viene mai stimolato a domandarsi perchè ha vinto.

Una volta ho litigato con un collega che sosteneva che la nuova generazione è molto più intelligente della precedente, fatto probabilmente vero, ma la ragione che lui ne dava era inaccettabile: si trattava del fatto che i ragazzini battono i loro padri nei videogiochi. il vero momento in cui il gioco diventa formativo è quando chi lo fa si domanda il perchè, la logica di ciò che fa, e che lo porta alla vittoria o alla sconfitta.

La domanda di un maestro che vuole avviare un allievo a formarsi intellettualmente è: "Come mai ?", " Mi sai spiegare il perchè?".E' solo in tal modo che la matematica può diventare veramente formativa.

Porto un esempio per spiegare come la cosa importante non sia l'apprendimento meccanico di certe procedure. Ho conosciuto una maestra che seguiva un ragazzino portatore di handicap, e questa maestra si lamentava con me di non riuscire ad insegnargli le operazioni, perchè il ragazzino non riusciva a tenere a mente le tabelline; ma tale ragazzo era assolutamente in grado di svolgere le moltiplicazioni, aiutandosi con una tavola pitagorica ! Era inutile che la maestra insistesse all'infinito a fargli ripetere le tabelline; avrebbe dovuto cercare di fare qualcosa di nuovo, permettendogli di usare la tavola pitagorica; in seguito, qualora avesse preso più sicurezza, avrebbe potuto abbandonarla, ma questo in fondo non era necessario, ne' doveva rappresentare lo scopo dell'insegnante.

Quindi, l'importante non è tanto imparare degli algoritmi, ma introdurre un comportamento, una progettualità; l'insegnante deve spingere l'allievo a fare qualcosa che lo soddisfi e gli dia occasione di dare una scansione razionale del proprio comportamento. Ma

questo discorso non va limitato solamente ai portatori di handicap; io penso che sia naturale cercare in qualche modo di aggirare le difficoltà; se uno non capisce un principio dell'aritmetica non dobbiamo condannarlo a non capire mai niente di aritmetica.

Il meraviglioso castello della matematica ha molti ingressi e molte porte; ci sono soggetti che non entrano dalla porta per cui cerchiamo di spingerli con tutte le forze, e poi trovano per conto loro un'altra porta da cui entrare.

